

Министерство образования Ставропольского края
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«НЕВИННОМЫССКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Минайло И.Н.

« 09 » *сентября* 20 24 г.

КОМПЛЕКТ
КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

(наименование учебной дисциплины)

09.02.07 Информационные системы и программирование

(код и наименование специальности)

ВВК

УДК

Комплект контрольно-оценочных средств дисциплины Дискретная математика с элементами математической логики, разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС) по специальностям среднего профессионального образования (далее СПО)

09.02.07 Информационные системы и программирование

09.00.00 Информатика и вычислительная техника

Организация - разработчик:

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение среднего профессионального образования «Невинномысский энергетический техникум» (ГБПОУ НЭТ)

Разработчик:

Чебанова Н.В., преподаватель ГБПОУ НЭТ

Рекомендована (одобрена) методической комиссией
общепрофессиональных и информационных дисциплин
государственного бюджетного профессионального образовательного
учреждения «Невинномысский энергетический техникум»

Председатель методической комиссии

Чебанова Н.В., преподаватель ГБПОУ НЭТ



Протокол № 5 от « 9 » 01 2024г.

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (ФОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Элементы математической логики.

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

ФОС разработаны в соответствии с:

- основной профессиональной образовательной программой по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование»;
- программой учебной дисциплины «Дискретная математика с элементами математической логики».

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
<i>Уметь:</i>	
формулировать задачи логического характера;	- устный ответ
применять средства математической логики для решения различных задач.	- построение таблиц истинности; - выполнение действий над множествами; - выполнение действий над предикатами.
<i>Знать:</i>	
основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов	- формулировка основных определений математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;
формулы алгебры высказываний, методы минимизации алгебраических преобразований	- упрощение логических формул
основы языка и алгебры предикатов	- формулировка основных определений алгебры предикатов

3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	<i>Текущий контроль</i>	<i>Промежуточная аттестация</i>
У1. Умение формулировать задачи логического характера	расчетное задание - 3	расчетное задание - 12
У2. Уметь применять средства математической логики для решения различных задач	расчетное задание - 4	расчетное задание - 18
З1. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	расчетное задание – 3 устный ответ - 4	устный ответ - 34
З2. Знание формул алгебры высказываний, методов минимизации алгебраических преобразований	устный ответ - 1	устный ответ - 5
З3. Знание основ языка и алгебры предикатов	расчетное задание - 1	устный ответ - 4

4. Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений.

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания				
	У1	У2	З1	З2	З3
Тема 1. Основы математической логики					
Основные понятия. Логические операции. Построение таблиц		расчетное задание	устный ответ 6.2		

истинности для логических функций.		6.1			
Законы алгебры логики. Понятие функции алгебры логики.		расчетное задание 6.3			
СКНФ и СДНФ	расчетное задание 6.1			устный ответ 6.2	
Многочлен Жегалкина. Упрощение логических формул		расчетное задание 6.3			
Тема 2. Основные классы функций					
Основные классы функций. Теорема Поста.				устный ответ 6.4	
Построение графиков функций, графическое решение трансцендентных уравнений				расчетное задание 6.5	
Тема 3. Элементы логики и теории множеств					
Множества и операции над ними. Диаграммы Эйлера-Венна.		расчетное задание 6.6		устный ответ 6.7	
Способы задания множеств. Числовые множества. Декартово произведение множеств.				расчетное задание 6.6	
Тема 4. Логика предикатов					
Предикат. Область истинности предиката. Кванторы.					расчетное задание 6.8
Тема 5. Элементы теории отображений и алгебры подстановок					
Отображение множеств. Взаимно-однозначное соответствие.		расчетное задание 6.9			
Перестановки и подстановки. Виды подстановок		расчетное задание 6.9			
Тема 6. Метод математической индукции					
Использование метода математической индукции для доказательства утверждений	расчетное задание 6.10				
Тема 7. Основы теории графов					
Ориентированные и неориентированные графы. Цепи. Циклы. Связность.	расчетное задание 6.12			устный ответ 6.11	
Построение остова и базиса циклов графа.				расчетное задание 6.12	

5. Распределение типов и количества контрольных заданий по элементам знаний и умений, контролируемых на промежуточной аттестации.

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания				
	У1	У2	З1	З2	З3
Тема 1. Основы математической логики					
Основные понятия. Логические операции. Построение таблиц истинности для	экзаменационное задание (расчетное задание) -4		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 5		

логических функций.					
Законы алгебры логики. Понятие функции алгебры логики.		экзаменационное задание (расчетное задание) -2		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 4	
СКНФ и СДНФ		экзаменационное задание (расчетное задание) -5	экзаменационный вопрос (устный ответ) - 5		
Многочлен Жегалкина. Упрощение логических формул		экзаменационное задание (расчетное задание) -1		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 1	
Тема 2. Основные классы функций					
Основные классы функций. Теорема Поста.			экзаменационный вопрос (устный ответ) - 1		
Построение графиков функций, графическое решение трансцендентных уравнений			экзаменационный вопрос (устный ответ) - 1		
Тема 3. Элементы логики и теории множеств					
Множества и операции над ними. Диаграммы Эйлера-Венна.		экзаменационное задание (расчетное задание) -7	экзаменационный вопрос (устный ответ) - 4		
Способы задания множеств. Числовые множества . Декартово произведение множеств.			экзаменационный вопрос (устный ответ) - 3		
Тема 4. Логика предикатов					
Предикат. Область истинности предиката. Кванторы.					экзаменационный вопрос (устный ответ) - 4
Тема 5. Элементы теории отображений и алгебры подстановок					
Отображение множеств. Взаимно-однозначное соответствие.		экзаменационное задание (расчетное задание) -1	экзаменационный вопрос (устный ответ) - 1		
Перестановки и подстановки. Виды подстановок		экзаменационное задание (расчетное задание) -2	экзаменационный вопрос (устный ответ) - 3		
Тема 6. Метод математической индукции					
Использование метода математической индукции для доказательства утверждений	экзаменационное задание (расчетное задание) -4		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 1		

Тема 7. Основы теории графов					
Ориентированные и неориентированные графы. Цепи. Циклы. Связность.	экзаменационное задание (расчетное задание) -2		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 8		
Построение остова и базиса циклов графа.	экзаменационное задание (расчетное задание) -2		экзаменационный вопрос (устный ответ) - 2		

6. Структура контрольного задания

6.1. Расчетное задание

6.1.1. Текст задания

Вариант №1

- 1) Построить таблицу истинности для булевой функции, заданной логической формулой $f(X, Y, Z) = (X \rightarrow \bar{Z}) \Leftrightarrow (Y \rightarrow Z)$. Произвести разложение функции по переменной X.
- 2) Построить СДНФ для функции $f(X, Y, Z, T)$, заданной кортежем $[1011000100111000]^T$. Произвести разложение функции по переменным X, Y. Упростить полученную формулу.

Вариант №2

- 1) Построить таблицу истинности для булевой функции, заданной логической формулой $f(X, Y, Z) = (X \rightarrow \bar{Z}) \oplus Y \cdot \bar{X}$. Произвести разложение функции по переменной X.
- 2) Построить СДНФ для функции $f(X, Y, Z, T)$, заданной кортежем $[1001101001010010]^T$. Произвести разложение функции по переменным X, Y. Упростить полученную формулу.

Вариант №3

- 1) Построить таблицу истинности для булевой функции, заданной логической формулой $f(X, Y, Z) = (X \oplus Y) \vee (Z \Leftrightarrow X)$. Произвести разложение функции по переменной X.
- 2) Построить СДНФ для функции $f(X, Y, Z, T)$, заданной кортежем $[0101011010100100]^T$. Произвести разложение функции по переменным X, Y. Упростить полученную формулу.

6.1.2. Время на выполнение: 20 мин.

6.1.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У 1. Умение формулировать задачи логического характера	- умение выбрать правильный ход решения
У2. Уметь применять средства математической логики для решения различных задач	- умение составлять таблицу истинности; - умение записывать СДНФ и КСНФ
З 1. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	- формулировка основных логических операций

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.2. Устный ответ

6.2.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Что такое высказывание? Приведите пример.
- 2) Дайте определение логической операции отрицание.
- 3) Дайте определение логической операции эквивалентность.
- 4) Дайте определение логической операции конъюнкция.
- 5) Что такое СДНФ?

Вариант 2.

- 1) В чем разница между простыми и сложными высказываниями?
- 2) Дайте определение логической операции дизъюнкция.
- 3) Дайте определение логической операции сумма по модулю два.
- 4) Дайте определение логической операции импликация.
- 5) Что такое СКНФ?

6.2.2. Время на выполнение: 15 мин.

6.2.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
32. Знание формул алгебры высказываний, методов минимизации алгебраических преобразований	- Формулировка определений и перечисление свойств скалярного, векторного и смешанного произведения векторов

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.3. Расчетное задание

6.3.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Проверьте, являются ли булевы функции F_1 и F_2 эквивалентными?
 $F_1 = X \rightarrow (Y=Z), F_2 = (X \rightarrow Y) = (X \rightarrow Z).$
- 2) Представьте в виде многочлена Жегалкина:
 $F = x_1 \vee x_2 \cdot x_1$

Вариант 2

- 1) Проверьте, являются ли булевы функции F_1 и F_2 эквивалентными?
 $F_1 = X \cdot (Y=Z), F_2 = (X \cdot Y) = (X \cdot Z).$
- 2) Представьте в виде многочлена Жегалкина:
 $F = (x_1 \vee x_2) \vee x_1$

Вариант 3

- 1) Проверьте, являются ли булевы функции F_1 и F_2 эквивалентными?
 $F_1 = X \rightarrow (Y \vee Z), F_2 = (X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Z).$
- 2) Представьте в виде многочлена Жегалкина:
 $F = x_1 \vee (x_2 \cdot x_1)$

6.3.2. Время на выполнение: 20 мин.

6.3.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У2. Уметь применять средства математической логики для решения различных задач	- построение таблиц истинности; - преобразование логических формул

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.4. Устный ответ

6.4.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Охарактеризуйте задание функций с помощью таблиц. Приведите пример.
- 2) Перечислите свойства синусоиды.
- 3) Какая функция называется возрастающей?

Вариант 2

- 1) Охарактеризуйте задание функций с помощью параметра. Приведите пример.
- 2) Перечислите свойства логарифмической функции.
- 3) Какая функция называется убывающей?

Вариант 3

- 1) Охарактеризуйте задание функций аналитически. Приведите пример.
- 2) Перечислите свойства показательной функции.
- 3) Какая функция называется ограниченной сверху (снизу)?

6.4.2. Время на выполнение: 15 мин.

6.4.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
31. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	- описание основных классов функций

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.5. Расчетное задание

6.5.1. Текст задания

Графически определить число корней уравнения $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$.

Графически определить число корней уравнения $3x - \cos x - 1 = 0$.

Графически определить число корней уравнения $e^x - 6x - 3 = 0$.

Графически определить число корней уравнения $1,4^x - x^2 = 0$.

Графически определить число корней уравнения $x^2 - \sin x - 3 = 0$.

6.5.2. Время на выполнение: 20 мин.

6.5.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
31. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	- построение графиков различных функций

Оценка «5» ставится, если задание выполнено правильно.

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки. Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.6. Расчетное задание

6.6.1. Текст задания

Вариант №1

- 1) Даны два множества: $A = \{6k + 5: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{3m+2: m=0,1,2,3,\dots\}$. Найдите: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $B \setminus A$.

- 2) Постройте буквенную форму для рассуждения: «Если ни один кит не является рыбой и все щуки – рыбы, то ни одна щука не является китом». Проверьте с помощью диаграмм Венна, правильна ли эта форма.
- 3) Даны два множества $A=\{5, 7, 9\}$ и $B=\{1, 3, 5\}$. Постройте декартово произведение $A \times B$.

Вариант №2

- 1) Даны два множества: $A = \{2k: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{2m+1: m=0,1,2,3,\dots\}$. Найдите: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $B \setminus A$.
- 2) Постройте буквенную форму для рассуждения: «Если всех хищников можно приручить и всех львов можно приручить, то все львы – хищники». Проверьте с помощью диаграмм Венна, правильна ли эта форма.
- 3) Даны два множества $A=\{0, 2, 6\}$ и $B=\{-1, 2, 3\}$. Постройте декартово произведение $A \times B$.

Вариант №3

- 1) Даны два множества: $A = \{6^k: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{2m: m=0,1,2,3,\dots\}$. Найдите: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $B \setminus A$.
- 2) Постройте буквенную форму для рассуждения: «Если ни один лев не является рыбой и все львы живут на суше, то ни одна рыба не живет на суше». Проверьте с помощью диаграмм Венна, правильна ли эта форма.
- 3) Даны два множества $A=\{5,6, 8\}$ и $B=\{1,2, 3\}$. Постройте декартово произведение $A \times B$.

6.6.2. Время на выполнение: 20 мин.

6.6.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У2. Уметь применять средства математической логики для решения различных задач	-выполнение действий над множествами
З1. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	- знание основных понятий теории множеств

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.7. Устный ответ

6.7.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Что такое множество? Приведите пример.
- 2) Дайте определение понятию «объединение множеств». Поясните графически при помощи диаграмм Эйлера-Венна.
- 3) Дайте определение понятию «разность множеств». Поясните графически при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

Вариант 2

- 1) Что такое пустое множество? Приведите пример.
- 2) Дайте определение понятию «пересечение множеств». Поясните графически при помощи диаграмм Эйлера-Венна.
- 3) Какие множества называют равными? Приведите пример.

6.7.2. Время на выполнение: 15 мин.

6.7.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
---	---------------------------------------

З 1. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	- Формулировка правил выполнения действий над множествами
--	---

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;
Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;
Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.8. Расчетное задание

6.8.1. Текст задания

Вариант №1

1) Определить область истинности I_p предиката $P(X, Y)$: “ $((X+Y) - \text{нечетно}) \wedge (|X-Y| \leq 1)$ ”, где $X = \{5, 8, 9\}$, $Y = \{4, 7, 8, 10\}$.

2) Проверить истинность высказываний:

$$\begin{aligned} & \exists X \forall Y P(X, Y), & \exists X \forall Y Q(X, Y), \\ & \exists Y \forall X P(X, Y), & \exists Y \forall X Q(X, Y), \\ & \forall X \exists Y P(X, Y), & \forall X \exists Y Q(X, Y), \\ & \forall Y \exists X P(X, Y), & \forall Y \exists X Q(X, Y). \end{aligned}$$

где $P(X, Y)$, $Q(X, Y)$ заданы таблицами:

$P(X, Y)$:

	X			
Y	0	1	0	1
	1	0	0	1
	1	0	1	1

$Q(X, Y)$:

	X			
Y	1	1	0	1
	0	0	1	1
	0	1	1	1

Вариант №2

1) Определить область истинности I_p предиката $P(X, Y)$: “ $((X, Y) - \text{нечетно}) \wedge (\max(X, Y) - \text{нечетно})$ ”, где $X = \{2, 5, 6, 8\}$, $Y = \{3, 6, 9\}$.

2) Проверить истинность высказываний:

$$\begin{aligned} & \exists X \forall Y P(X, Y), & \exists X \forall Y Q(X, Y), \\ & \exists Y \forall X P(X, Y), & \exists Y \forall X Q(X, Y), \\ & \forall X \exists Y P(X, Y), & \forall X \exists Y Q(X, Y), \\ & \forall Y \exists X P(X, Y), & \forall Y \exists X Q(X, Y). \end{aligned}$$

где $P(X, Y)$, $Q(X, Y)$ заданы таблицами:

$P(X, Y)$:

	X			
Y	0	0	0	1
	1	1	1	1
	1	0	1	1

$Q(X, Y)$:

	X			
Y	0	1	1	1
	1	1	0	1
	1	0	0	1

Вариант №3

1) Определить область истинности I_p предиката $P(X, Y)$: “ $((X-Y) - \text{делится на } 3) \rightarrow (X+Y > 6)$ ”, где $X = \{1, 4, 5, 6\}$, $Y = \{2, 3, 4\}$.

2) Проверить истинность высказываний:

$$\begin{aligned} & \exists X \forall Y P(X, Y), & \exists X \forall Y Q(X, Y), \\ & \exists Y \forall X P(X, Y), & \exists Y \forall X Q(X, Y), \\ & \forall X \exists Y P(X, Y), & \forall X \exists Y Q(X, Y), \\ & \forall Y \exists X P(X, Y), & \forall Y \exists X Q(X, Y). \end{aligned}$$

где $P(X, Y)$, $Q(X, Y)$ заданы таблицами:

$P(X, Y)$:

$Q(X, Y)$:

	X			
Y	0	1	1	1
	0	1	0	1
	1	1	0	0

	X			
Y	1	0	0	0
	1	0	1	0
	0	0	1	1

6.8.2. Время на выполнение: 30 мин.

6.8.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
33. Знание основ языка и алгебры предикатов	- выполнение действий над предикатами

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.9. Расчетное задание

6.9.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Даны два множества: $A = \{6k + 5: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{3m+2: m=0,1,2,3,\dots\}$. Установите, является ли соответствие $f: A \rightarrow B$, заданное формулой $y = \frac{x+5}{2}$, взаимно-однозначным.

- 2) Укажите, какие из следующих алгоритмов задают подстановки. Найдите квадраты подстановок и всевозможные попарные произведения подстановок. Возьмите одну из подстановок и определите обратную к ней. Проверьте, что их произведение равно тождественной подстановке.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант №2

- 1) Даны два множества: $A = \{2k: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{2m+1: m=0,1,2,3,\dots\}$. Установите, является ли соответствие $f: A \rightarrow B$, заданное формулой $y = x + 1$, взаимно-однозначным.

- 2) Укажите, какие из следующих алгоритмов задают подстановки. Найдите квадраты подстановок и всевозможные попарные произведения подстановок. Возьмите одну из подстановок и определите обратную к ней. Проверьте, что их произведение равно тождественной подстановке.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант №3

- 1) Даны два множества: $A = \{6^k: k=0,1,2,3,\dots\}$ и $B = \{2m: m=0,1,2,3,\dots\}$. Установите, является ли соответствие $f: A \rightarrow B$, заданное формулой $y = 2^x$, взаимно-однозначным.

- 2) Укажите, какие из следующих алгоритмов задают подстановки. Найдите квадраты подстановок и всевозможные попарные произведения подстановок. Возьмите одну из подстановок и определите обратную к ней. Проверьте, что их произведение равно тождественной подстановке.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

6.9.2. Время на выполнение: 25 мин.

6.9.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
---	---------------------------------------

У2. Уметь применять средства математической логики для решения различных задач	- последовательное выполнение подстановок; - установление соответствия
--	---

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.10. Устный ответ

6.10.1. Текст задания

Вариант №1

Доказать методом математической индукции. Что при любом натуральном n справедливо следующее равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+1)} = \frac{n}{4n+1}.$$

Вариант №2

Доказать методом математической индукции. Что при любом натуральном n справедливо следующее равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} = \frac{n}{3n+1}.$$

Вариант №3

Доказать методом математической индукции. Что при любом натуральном n справедливо следующее равенство:

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

Вариант №4

Доказать методом математической индукции. Что при любом натуральном n справедливо следующее равенство:

$$\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(2n+3) \cdot (2n+5)} = \frac{n}{5(2n+5)}.$$

6.10.2. Время на выполнение: 20 мин.

6.10.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У1. Умение формулировать задачи логического характера	- доказательство методом математической индукции

Оценка «5» ставится, если задание выполнено правильно.

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки. Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.11. Устный ответ

6.11.1. Текст задания

Вариант 1

- 1) Что такое граф?
- 2) Какой граф называется полным?
- 3) Что такое цепь? Приведите пример.
- 4) Какие вершины называют смежными?
- 5) Что такое компонента связности?

Вариант 2

- 1) Какой граф называется неориентированным?
- 2) Какой граф называется двудольным?
- 3) Что такое цикл? Приведите пример.
- 4) Какие ребра называют смежными?
- 5) Что такое кратные ребра?

6.11.2. Время на выполнение: 15 мин.

6.11.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
31. Знание основных принципов математической логики, теории множеств и теории алгоритмов, теории графов	-основные понятия теории графов

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки или не решены 2 задания.

6.12. Расчетное задание

6.12.1. Текст задания

Вариант №1

- 1) Ориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ задан списком дуг $E=\{(1,2),(1,4),(1,6),(2,1),(2,2),(2,7),(3,4),(3,2),(4,8),(4,6), (4,3), (6,2), (5,3)\}$. Построить реализацию графа G . Построить матрицу инцидентий графа G и матрицу соседства вершин.
- 2) Неориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ задан списком ребер $E=\{(1,5),(1,6),(1,8),(2,3),(2,7),(2,2),(3,5),(4,2),(4,6), (5,8),(7,1)\}$. Построить остов и базис циклов.

Вариант №2

- 1) Ориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ задан списком дуг $E=\{(1,3),(1,5),(1,5),(2,3),(2,4),(3,2),(3,2),(3,2),(4,6),(4,7), (5,1), (5,5), (6,8),(8,2)\}$. Построить реализацию графа G . Построить матрицу инцидентий графа G и матрицу соседства вершин.
- 2) Неориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ задан списком дуг $E=\{(1,3),(1,5),(1,5),(2,3),(2,4),(3,2),(3,2),(3,2),(4,6),(4,7),(5,1),(5,5), (6,8),(8,2)\}$. Построить остов и базис циклов.

Вариант №3

- 1) Ориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ задан списком дуг $E=\{(1,2),(2,3),(2,5),(3,3),(3,3),(3,5),(4,2),(4,3),(5,8),(5,6), (6,3), (6,6)\}$. Построить реализацию графа G . Построить матрицу инцидентий графа G и матрицу соседства вершин.
- 2) Неориентированный граф G с множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ задан списком дуг $E=\{(1,2),(1,3),(1,3),(2,2),(2,2),(3,4),(3,6),(4,1),(4,3),(6,1), (6,4), (7,3), (8,5)\}$. Построить остов и базис циклов.

6.12.2. Время на выполнение: 35 мин.

6.12.3. Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У1. Умение формулировать задачи логического характера	-построение матриц соседства и инцидентий; - построение остова и базиса циклов

Оценка «5» ставится, если все задания выполнены правильно;

Оценка «4» ставится, если в ходе решения были допущены 1-2 ошибки или не решено одно из заданий;

Оценка «3» ставится, если в ходе решения были допущены грубые ошибки.

6.13. Вопросы к дифференцированному зачету

1. Охарактеризуйте понятие «множество». Опишите способы задания множеств.
2. Охарактеризуйте виды множеств, приведите примеры. Что такое мощность множества.
3. Охарактеризуйте операции над множествами, приведите пример.
4. Расскажите, как изобразить множества и их свойства кругами Эйлера.
5. Что такое декартово произведение множеств, перечислите его свойства.
6. Охарактеризуйте отношения множеств, перечислите способы задания отношений.
7. Что такое бинарные отношения, перечислите их свойства и виды.
8. Что такое подстановки, формулы количества подстановок.
9. Охарактеризуйте произведение подстановок, обратную подстановку, степень подстановки.
10. Расскажите о четных и нечетных подстановках, их свойствах.
11. Охарактеризуйте понятие «высказывание».

12. Охарактеризуйте основные логические операции.
13. Что такое формулы алгебры логики, приведите пример.
14. Что такое тождественно-истинные формулы, приведите пример.
15. Что такое эквивалентные преобразования формул. Применение операций склеивания и поглощения.
16. Перечислите законы де Моргана. Приведите пример построения отрицаний формул.
17. Дайте определения понятию «нормальные формы формул алгебры логики» (ДНФ, КНФ).
18. Расскажите алгоритм получения КНФ из ДНФ.
19. Как произвести разложение формул по переменным.
20. Что такое совершенная дизъюнктивная нормальная форма, расскажите способы построения.
21. Что такое совершенная конъюнктивная нормальная форма, расскажите способы построения.
22. Что такое булевы функции, перечислите способы их задания.
23. Что такое булевы функции одной переменной.
24. Что такое булевы функции двух переменных.
25. Что такое многочлен Жегалкина.
26. Охарактеризуйте полноту множества функции. Теорема Поста.
27. Охарактеризуйте понятие предиката (область определения, область истинности).
28. Охарактеризуйте операции над предикатами (обычные, логические, кванторные).
29. Охарактеризуйте понятие предикатной формулы, понятие свободной и связанной переменной.
30. Охарактеризуйте методику построений отрицаний к предикатам, содержащих кванторные операции.
31. Охарактеризуйте метод математической индукции.
32. Что такое неориентированный граф, вершина, ребро графа?
33. Перечислите способы задания графа.
34. Как определить расстояние между вершинами в графе, радиус, диаметр, центр.
35. Что такое эйлеровы графы. Сформулируйте теорему Эйлера.
36. Что такое деревья, перечислите их свойства. Ориентированные деревья.
37. Что такое ориентированные графы. Основные определения.
38. Что такое гамильтоновы орграфы.
39. Что такое бинарные деревья.
40. Охарактеризуйте базовые множества для автомата: выходной алфавит, входной алфавит, множества состояний.
41. Что такое таблица автомата, принципы работы, диаграмма, словарная функция автомата.

6.14. Практические задания зачета

1. Даны множества: $U=\{2;4;6;8;10\}$, $A=\{4;6;8\}$, $B=\{2;6\}$, $C=\{4;8;10\}$. Найдите: $\overline{A \cup B}$, $C \cap \overline{B}$, $(A \setminus B) \cup C$.

2. Даны множества: $U=\{1;3;5;7;9\}$ $A=\{1;5\}$ $B=\{5;7;9\}$ $C=\{3;9\}$. Найдите: $\overline{A \cap B}$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{B} \otimes C$.

3. Даны множества: $A=\{1,2,3,4,\dots\}$, $B=\{2,4,6,\dots\}$. Найдите: $A \cap B$, $A \cup B$, A/B , B/A , $A \oplus B$.

4. Даны множества: $A=\{1,2,3,4,\dots\}$, $B=\{3,5,7,\dots\}$. Найдите $A \cap B$, $A \cup B$, A/B , B/A , $A \oplus B$.

5. Проверьте истинность соотношения для любых множеств A , B , C

$$(A \vee B) \setminus (C \wedge A) \equiv (B \setminus C) \setminus (A \vee C)$$

6. Проверьте истинность соотношения для любых множеств A , B , C :

$$(A \vee B) \oplus (A \vee C) \equiv A \vee (B \oplus C).$$

7. Докажите тождества:

$$1) A \cap (\overline{A \cup B}) = A \cap \overline{B}, 2) A \oplus B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B), 3) \overline{A \oplus B} = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$$

8. Дано множество $M = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Составьте матрицы отношений, определите их свойства:

R1 – «быть меньше», R2 – «иметь общий делитель, отличный от единицы»

R3 – «иметь один и тот же остаток от деления на 3», R4 – «произведение нечетно»

R5 – «разность положительная».

9. Найдите σ_1^{-1} , $\sigma_1 \cdot \sigma_2$, $\sigma_2 \cdot \sigma_1$, если $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 12345 \\ 13542 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 12345 \\ 32451 \end{pmatrix}$.

10. Найти $\sigma_2^{-1}, \sigma_1^3, \sigma_2^{-4}$, определить четность каждой подстановки, если $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 12345 \\ 12543 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 12345 \\ 32154 \end{pmatrix}$.

11. Доказать методом математической индукции, что $5^{2n-1} - 1$ делится на 8.

12. Методом математической индукции доказать, что $8^{2n-1} + 1$ делится на 9.

13. Докажите утверждение методом математической индукции:

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

14. Доказать методом математической индукции:

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1.$$

15. Составить таблицы истинности формул:

1) $(x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x})$,

2) $(x|\bar{y}) \rightarrow (z \oplus \overline{x \wedge y})$,

3) $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$.

16. Проверьте равносильность формул:

1) $x \rightarrow (y \oplus z)$,

$(x \rightarrow y) \oplus (x \rightarrow z)$;

2) $x|(y \rightarrow z) \rightarrow (x|y) \rightarrow (x|z)$.

17. Упростите логические выражения:

$$\overline{(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \bar{r})}, \quad q \wedge (p \vee q) \wedge p, \quad p \wedge \overline{(p \wedge q)}, \quad (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow (q \wedge p))$$

$$\overline{p \rightarrow (q \wedge p)} \rightarrow p \vee r, \quad p \wedge (q \rightarrow p) \rightarrow \bar{p}, \quad p \wedge (q \vee \bar{p}) \wedge ((\bar{q} \rightarrow p) \vee q)$$

18. Записать формулы в приведенном виде (содержащем только операции \neg, \wedge, \vee над простыми переменными).

$$\overline{A \leftrightarrow B \vee \bar{A}}$$

$$\overline{A \rightarrow (B \leftrightarrow C)}$$

$$\overline{(A \wedge B) \wedge (C \wedge D) \wedge C}$$

$$\overline{(A \wedge B) \rightarrow C}$$

$$\overline{(A \wedge B) \wedge (C \wedge D)}$$

19. Для функции составьте ДНФ, КНФ, СДНФ И СКНФ, используя элементарные преобразования

1) $f(x, y, z) = x \rightarrow (y \oplus z)$,

2) $f(x, y, z) = x|(y \rightarrow z)$,

3) $f(x, y, z) = x \wedge (y \leftrightarrow z)$,

4) $f(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x})$.

20. Для функции составьте СДНФ И СКНФ, используя построение таблицы истинности

1) $f(x, y, z) = x \rightarrow (y \oplus z)$,

2) $f(x, y, z) = x|(y \rightarrow z)$,

3) $f(x, y, z) = x \wedge (y \leftrightarrow z)$,

4) $f(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x})$.

21. Для функции, заданной вектором значений, составьте СДНФ, найдите сокращенную ДНФ, МДНФ:

1) $f=(00110011)$, 2) $f=(10011001)$, 3) $f=(10001100)$.

22. Проверьте полноту системы булевых функций :

1) $\{x \vee \bar{y}, \bar{x} \leftrightarrow y\}$, 2) $\{\bar{x} \downarrow \bar{y}, x \leftrightarrow y\}$, 3) $\{\bar{x} \oplus \bar{y}, x \wedge y\}$

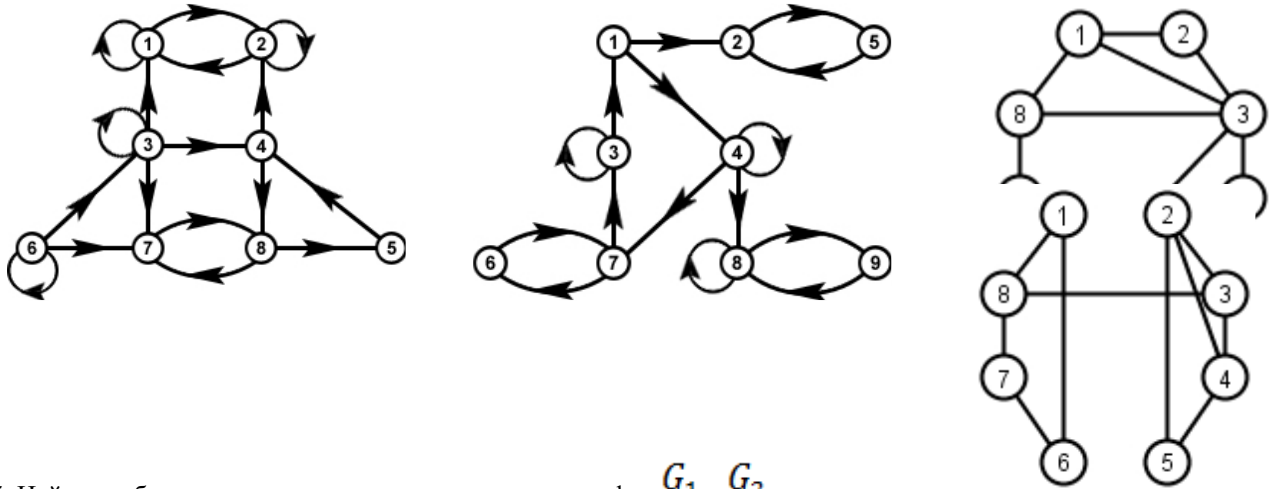
23. Постройте многочлен Жегалкина для функции:

1) $f(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x})$, 2) $f(x, y, z) = (x \vee \bar{y}) \rightarrow (y \oplus x)$, 3)

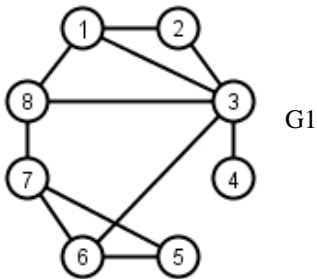
$f(0, 1, 0) = f(1, 0, 0) = f(1, 0, 1) = 0$,

4) $f(0, 1, 0) = f(1, 0, 0) = f(1, 0, 1) = 1$.

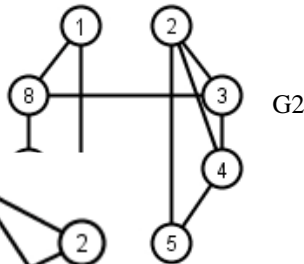
24. Составьте для данного графа матрицы смежности и инцидентности, список ребер:



25. Найдите объединение, пересечение, дополнение графов G_1 и G_2 :



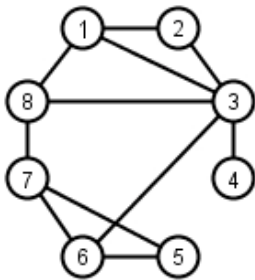
G_1



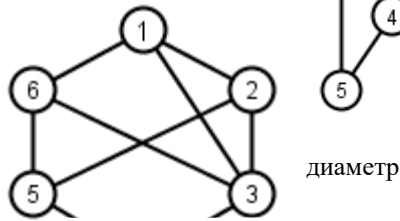
G_2

G_2

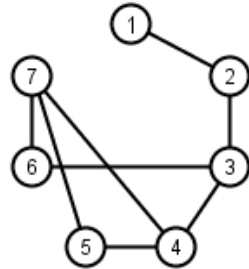
26. Найдите центр, радиус, графа:



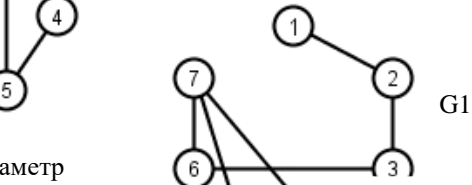
G_1



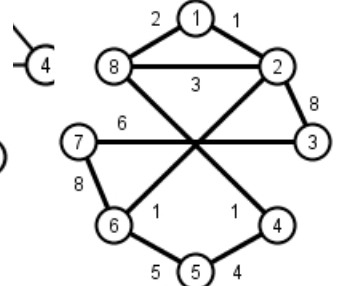
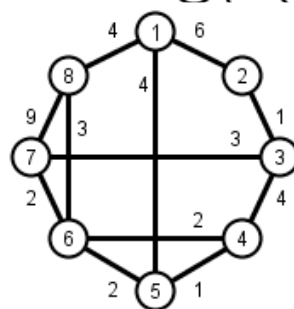
диаметр



G_1



G_2



27. Постройте рисунок орграфа, заданного матрицей смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

28. Составить таблицы истинности формул:

1) $(x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x})$

2) $(x \downarrow \bar{y}) \rightarrow (z \oplus \bar{x} \wedge y)$

3) $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

29. Проверьте равносильность формул:

$$1) \quad x \rightarrow (y \oplus z), \quad (x \rightarrow y) \oplus (x \rightarrow z),$$

$$2) \quad x|(y \rightarrow z), (x|y) \rightarrow (x|z).$$

30. Для функции составьте СДНФ И СКНФ, используя построение таблицы истинности и элементарные преобразования

$$1) \quad f(x, y, z) = x \rightarrow (y \oplus z), \quad 2) \quad f(x, y, z) = x|(y \rightarrow z),$$

$$3) \quad f(x, y, z) = x \wedge (y \leftrightarrow z),$$

$$4) \quad f(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x}).$$

31. Для функции, заданной вектором значений, составьте СДНФ, найдите сокращенную ДНФ, МДНФ:

1) $f=(00110011)$, 2) $f=(10011001)$, 3) $f=(10001100)$.

32. Постройте многочлен Жегалкина для функции:

$$1) \quad f(x, y, z) = (x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x}), \quad 2) \quad f(x, y, z) = (x \vee \bar{y}) \rightarrow (y \oplus x), \quad 3)$$

$f(0,1,0)=f(1,0,0)=f(1,0,1)=0,$

4) $f(0,1,0)=f(1,0,0)=f(1,0,1)=1.$

7. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

Основные источники:

1. Ганичева, А. В. Дискретная математика / А. В. Ганичева, А. В. Ганичев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 116 с. — ISBN 978-5-507-46190-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/327338> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Белова, О. О. Дискретная математика. Практикум / О. О. Белова. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 384 с. — ISBN 978-5-507-48260-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/367445> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Интернет-ресурсы:

1. Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики <http://www.math.ru>
2. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>
3. Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями <http://www.pm298.ru>